

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

Базовая кафедра
вычислительных и
информационных технологий
(ВиИТ_ФМиИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий ОП ВО

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Базовая кафедра вычислительных
и информационных технологий
(ВиИТ_ФМиИ)

наименование кафедры

профессор, д.ф.-ф.н. Шайдуров
В.В.

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий дисциплину

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Дисциплина Б1.О.09 Численные методы

Направление подготовки /
специальность 02.03.01 Математика и компьютерные науки
Профиль 02.03.01.31 Математическое и
компьютерное моделирование

Направленность
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2021

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

020000 «КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки Профиль

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Программу
составили

к.п.н, Доцент, Клунникова М.М.

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

- обучение студентов основным численным методам решения классических задач математики и математической физики;
- формирование навыков и умений при постановке задач вычислительной математики, выборе эффективных алгоритмов, программировании методов, использовании математических пакетов для расчетов, анализе и интерпретации результатов вычислений;
- углубление математического образования, развитие системного восприятия дисциплин, предусмотренных учебным планом направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»;
- подготовка студентов к дальнейшему самообразованию и применению полученных знаний в научно-исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии, при решении задач естествознания, техники, экономики и управления.

1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины «Численные методы» студент должен:

- овладеть основными понятиями, идеями и методологией вычислительной математики;
- сформировать представление о разделах вычислительной математики, основных алгоритмах методов вычислений, месте и роли вычислительной математики и вычислительного эксперимента;
- овладеть численными методами решения классических задач линейной и нелинейной алгебры, аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования, численного решения начальной и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, задач для интегральных уравнений;
- уметь оценивать возникающую при вычислениях погрешность и доказывать основные теоремы теории численных методов;
- составлять эффективные алгоритмы для решения математических задач численными методами с использованием изученных языков высокого уровня, проводить сравнительный анализ алгоритмов по вопросам применения к конкретной решаемой задаче, точности, скорости и затратности;
- обладать навыками использования специализированных

математических пакетов прикладных программ, позволяющими сочетать реализацию численных алгоритмов с аналитическими представлениями и графическим отображением результатов вычислений;

- ориентироваться в области вычислительной математики, самостоятельно находить, анализировать и использовать научно-техническую литературу;

- использовать полученные знания при проведении научных и прикладных исследований, работе в сфере высоких технологий, преподавании информатики и естественно-научных дисциплин.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1:Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности
ОПК-1.10:Использует базовые фундаментальные знания в области численных методов и консультирует в данной предметной области
ОПК-6:Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения
ОПК-6.1:Разрабатывает алгоритмы решения прикладных задач с использованием математических и аналитических методов
ОПК-6.2:Реализует алгоритмы с использованием современных средств разработки прикладного программного обеспечения
ОПК-6.3:Применяет на практике знания основных положений и концепций прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» относится к циклу естественнонаучных дисциплин, обеспечивающих базовую подготовку будущего специалиста.

Для изучения численных методов студенту необходимы знания теории полиномов, систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, теории матриц и определителей, способов задания и исследования функций, их производных и интегралов, операций с комплексными числами, обыкновенных дифференциальных уравнений, систем уравнений в частных производных, линейных и нелинейных

операторов.

Таким образом, для изучения дисциплины "Численные методы" студенту необходимы базовые знания, полученные при изучении следующих дисциплин:

Алгебра;
Математический анализ;
Дифференциальные уравнения;
Языки и технологии программирования;
Программирование;
Уравнения математической физики.

Уравнения математической физики
Дифференциальные уравнения
Комплексный анализ
Компьютерная графика
Математический анализ
Программирование
Алгебра
Аналитическая геометрия

Дисциплина "Численные методы" является базовой для изучения следующих дисциплин:

Высокопроизводительные вычисления;
Вычислительная аэрогидродинамика;
Методы оптимизации;
Элементы математического моделирования;
Математическое моделирование в механике деформируемых сред;
Математическое моделирование;
Вычислительная механика деформируемых сред;
Параллельное программирование.

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=2423>

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		5	6
Общая трудоемкость дисциплины	6 (216)	2,5 (90)	3,5 (126)
Контактная работа с преподавателем:	3,89 (140)	2 (72)	1,89 (68)
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
Самостоятельная работа обучающихся:	1,11 (40)	0,5 (18)	0,61 (22)
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	1 (36)		1 (36)

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение. Элементы теории погрешностей. Численные методы линейной и нелинейной алгебры	24	24	0	9	
2	Аппроксимация функций. Численное интегрирование и дифференцирование.	10	12	0	9	
3	Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных	14	12	0	11	
4	Численное решение задач для уравнений в частных производных и интегральных	22	22	0	11	
Всего		70	70	0	40	

3.2 Занятия лекционного типа

№	№ раздела	Наименование занятий	Объем в акад. часах
---	-----------	----------------------	---------------------

п/п	дисциплины		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Численные методы как раздел современной математики. Роль компьютерно ориентированных численных методов в исследовании сложных математических моделей.	2	0	0
2	1	Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности числа и функции. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Неустойчивые алгоритмы. Особенности машинной арифметики. Задачи вычислительной алгебры. Прямые и итерационные методы.	2	0	0
3	1	Метод исключения неизвестных (метод Гаусса) решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Схема единственного деления. Метод Гаусса с выбором главного элемента. LU – разложение матрицы. Методы вращений, квадратного корня.	2	0	0

4	1	Векторные и матричные нормы. Согласованность норм. Обусловленность СЛАУ. Число обусловленности матрицы. Вычисление определителей. Обращение матриц.	2	0	0
5	1	Ортогональные преобразования. Матрицы вращения и отражения. QR- и HR-разложения матриц. Метод ортогонализации. Метод отражений.	2	0	0
6	1	Метод прогонки решений СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Устойчивость. Корректность. Варианты метода прогонки. Возможность распараллеливания расчетов.	2	0	0
7	1	Итерационные методы. Стационарные. Нестационарные. Теоремы сходимости. Метод Якоби. Метод Гаусса-Зейделя. Каноническая форма итерационных методов. Сходимость.	2	0	0
8	1	Метод простой итерации. Сходимость. Метод релаксации. Сходимость. Метод наискорейшего спуска. Метод минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.	2	0	0

9	1	Метод Якоби решения полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы. QR- метод. Уточнение собственных чисел и векторов. Оценки собственных чисел. Теоремы Гершгорина.	2	0	0
10	1	Полная и частичная проблема собственных значений. Прямые и итерационные методы. Степенной метод вычисления максимального по модулю собственного числа. Метод скалярных произведений. Методы исчерпывания.	2	0	0
11	1	Вычисление корней нелинейных уравнений. Отделение корней. Метод деления отрезка пополам. Метод хорд. Методы простой итерации, Ньютона. Модификации метода Ньютона. Сходимость. Метод Вегстейна.	2	0	0
12	1	Решение систем нелинейных уравнений. Методы простой итерации, Зейделя, Ньютона. Сходимость.	2	0	0
13	2	Интерполяция. Существование и единственность обобщенного интерполяционного многочлена. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполяции.	2	0	0

14	2	Многочлены Чебышева. Оптимизация погрешности интерполяции. Сходимость интерполяционного процесса. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна.	2	0	0
15	2	Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. Существование и единственность элемента наилучшего приближения. Многочлен наилучшего приближения. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация функций многих переменных.	2	0	0
16	2	Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Погрешность. Правило Рунге оценки погрешности.	2	0	0
17	2	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Построение. Погрешность. Устойчивость. Интегрирование функций специального вида.	2	0	0

18	3	<p>Формулы численного дифференцирования. Оценка погрешности. Некорректность. Регуляризация. Понятие сеточной функции. Простейшие операторы конечных разностей.</p>	2	0	0
19	3	<p>Методы решения задачи Коши. Решение с помощью формулы Тейлора. Основные понятия и определения. Аппроксимация. Устойчивость. Сходимость. Теорема В.С.Рябенского – П.Лакса. Явный метод Эйлера. Его модификации.</p>	2	0	0
20	3	<p>Одношаговые методы. Методы Рунге-Кутты. Устойчивость. Сходимость. Методы с контролем погрешности на шаге. Многошаговые методы. Методы Адамса. Сходимость. Итерационный метод прогноза-коррекции. Метод неопределенных коэффициентов построения схем повышенной точности.</p>	2	0	0
21	3	<p>Исследование на устойчивость. Нуль-устойчивость. А- и А()-устойчивость. Явление жесткости. Методы Розенброка, Гира.</p>	2	0	0

22	3	Краевые задачи. Методы сведения краевой задачи к задаче Коши. Методы стрельбы, дифференциальной прогонки. Метод конечных разностей. Проекционные, вариационные и проекционно-разностные методы (коллокации, Галеркина, Рунца, наименьших квадратов, конечных элементов).	4	0	0
23	3	Проекционные, вариационные и проекционно-разностные методы (коллокации, Галеркина, Рунца, наименьших квадратов, конечных элементов).	2	0	0
24	4	Методы построения разностных схем. Основные понятия метода сеток. Аппроксимация, сходимость, устойчивость. Связь между устойчивостью и сходимостью.	2	0	0
25	4	Разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами. Гармонический анализ. Необходимое условие устойчивости. Доказательство устойчивости для явной и неявной схем.	2	0	0

26	4	Разностные схемы для уравнений с переменными коэффициентами и нелинейных уравнений параболического типа. Пример интегро-интерполяционного метода построения разностных схем. Исследование на устойчивость. Принцип замороженных коэффициентов.	2	0	0
27	4	Экономичные схемы решения многомерных задач для уравнения теплопроводности. Схема попеременных направлений. Схемы расщепления. Схема Дугласа-Ганна. Устойчивость. Сходимость.	2	0	0
28	4	Разностные схемы для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона.	2	0	0
29	4	Методы решения сеточных уравнений для эллиптических задач. Метод установления. Метод простой итерации. Метод итерации с чебышевскими параметрами. Метод Якоби, Зейделя, верхней релаксации. Использование быстрого преобразования Фурье.	2	0	0

30	4	Дискретизация волнового уравнения. Схемы бегущего счета для линейного уравнения переноса. Устойчивость. Монотонность. Число Куранта.	2	0	0
31	4	Квазилинейное уравнение переноса. Разрывные решения. Обобщенные решения. Методы построения сеточных уравнений. Консервативная разностная схема. Схемная вязкость. Схемы Лакса, Лакса-Вендрофа, Мак-Кормака. Метод С.К.Годунова.	2	0	0
32	4	Элементы теории устойчивости разностных схем. Операторные уравнения. Условия устойчивости двухслойных и трехслойных разностных схем.	2	0	0
33	4	Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтера первого и второго рода. Квадратурный метод решения. Обзор других методов. Некорректные интегральные уравнения. Регуляризация по Тихонову. Квадратурно-итерационный метод построения резольвент.	2	0	0
34	4	Постановки некорректных и обратных задач. Некоторые подходы к численному решению.	2	0	0
Итого			70	0	0

3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Точные методы решения совместных и переопределенных систем линейных алгебраических уравнений	4	0	0
2	1	Исследование систем линейных алгебраических уравнений на обусловленность	2	0	0
3	1	Решение задач на теорию погрешностей	2	0	0
4	1	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	4	0	0
5	1	Вычисление собственных чисел и собственных векторов матрицы	6	0	0
6	1	Вычисление корней нелинейных уравнений и систем	6	0	0
7	2	Аппроксимация функций	6	0	0
8	2	Численное интегрирование и дифференцирование функций	6	0	0
9	3	Решение краевой задачи для ОДУ	6	0	0
10	3	Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений	6	0	0
11	4	Решение краевых задач для параболического уравнения	6	0	0
12	4	Решение краевой задачи для гиперболического уравнения 2-го порядка	4	0	0
13	4	Решение краевой задачи для эллиптического уравнения	4	0	0
14	4	Решение краевой задачи для уравнения переноса	4	0	0

15	4	Решение интегральных уравнений	4	0	0
			70	0	0

3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Распопов В. Е., Клунникова М. М., Гохвайс Е. В.	Численные методы: метод. указ. для самостоят. работы	Красноярск: ИПК СФУ, 2007

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Пирумов У. Г.	Численные методы: теория и практика: учебное пособие для студентов вузов (бакалавров), обучающихся по направлению "Математика. Прикладная математика"	Москва: Юрайт, 2012
Л1.2	Вержбицкий В. М.	Численные методы математической физики: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки 231300 «Прикладная математика»	Москва: Директ-Медиа, 2013
Л1.3	Вержбицкий В. М.	Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения: учебное пособие для студентов математических и инженерных специальностей вузов	Москва: Директ-Медиа, 2013
6.2. Дополнительная литература			

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.	Численные методы: учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов	Москва: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007
Л2.2	Петров И. Б., Лобанов А. И.	Лекции по вычислительной математике: учебное пособие	МоскваМосква: Интернет- Университет Информационны х Технологий, 2006
Л2.3	Самарский А. А.	Введение в численные методы: учебное пособие для вузов	Москва: Лань, 2009
Л2.4	Самарский А. А.	Теория разностных схем: учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989
Л2.5	Самарский А. А.	Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры: научное издание	Москва: Физматлит, 2001
Л2.6	Волков Е. А.	Численные методы: учеб. пособие	Санкт- Петербург: Лань, 2008
Л2.7	Киреев В.И., Пантелеев А.В.	Численные методы в примерах и задачах: учеб. пособие для студентов техн. вузов	Москва: Высшая школа, 2008
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Распопов В. Е., Клунникова М. М.	Численные методы: метод. пособие для практ. и лаб. работ	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л3.2	Распопов В. Е., Клунникова М. М., Гохвайс Е. В.	Численные методы: метод. указ. для самостоят. работы	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л3.3	Распопов В. Е., Клунникова М.М., Сапожников В. А., Гохвайс Е. В.	Численные методы: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л3.4	Распопов В. Е., Клунникова М. М.	Численное решение задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие для студентов напр. 010100.62 «Математика», 010200.62 «Математика и компьютерные науки», 010400.62 «Прикладная математика и информатика»	Красноярск: СФУ, 2012

7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Э1	Численные методы	https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=2423
Э2	Образовательный математический сайт	http://exponenta.ru/
Э3	Численные методы	http://www.intuit.ru/studies/courses/2317/617/info

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В течение каждого из двух семестров учебный процесс по дисциплине «Численные методы» включает в себя: лекции – 1 раз в неделю, практические занятия на компьютере – 1 раз в неделю, промежуточная аттестация, зачет в осеннем семестре и экзамен в весеннем.

В каждом семестре проводится 7 практических заданий. Студент получает задание, осмысливает его и выбирает методы, пригодные для эффективного решения поставленных задач, разрабатывает и пишет программу, реализующую численные методы и проводит расчеты.

Практическое задание студент сдает «с экрана», не требуется никакого бумажного оформления результатов работы. При выполнении работы большое значение придается вычислительному эксперименту. Выполнение каждой работы предполагает в идеале реализацию триады А.А.Самарского «модель» - «алгоритм» - «программа». Пока студент выполняет практическую работу, он имеет право в любой момент задать преподавателю любой вопрос. Ответ на поставленный вопрос студент получает либо непосредственно от преподавателя, либо отсылается к лекционному материалу или печатным источникам в зависимости от глубины и качества поставленного вопроса. Помимо непосредственного контакта с преподавателем студент в любой момент может войти на форум курса «Численные методы» на сайте <http://e.sfu-kras.ru> и пообщаться с преподавателем заочно.

В установленные сроки студент сдает практическую работу. Устно обосновывает правильность выбора метода и излагает свойства примененных численных методов, а также доказывает, что задача решена им верно. Тем самым студент должен знать и понимать материал из некоторой «окрестности» того учебного раздела, который непосредственно используется при выполнении лабораторной работы.

Преподаватель выставляет оценку по m-балльной шкале. Система Moodle позволяет m-балльную систему оценок без труда перевести в p-балльную (m и p – любые положительные числа).

К каждой практической работе предлагается тренажер – тест для самоконтроля по теоретической части курса, созданный на основе банка тестовых заданий. В конце 1-3 модулей во время контрольной

недели проводится экзаменационное компьютерное тестирование.

Результаты всех оценок для студента суммируются. 40% оценки составляют результаты выполнения практических работ, 45% - результаты компьютерного тестирования по 1-3 модулям, 15% - результаты устного экзамена по 4 модулю.

На самостоятельную работу студентам выносятся отладка практических работ, решение теоретических задач, углубленное изучение теоретического материала, изучение математических пакетов.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

9.1.1	Delphi (Pascal);
9.1.2	Visual C (C++);
9.1.3	MathCAD;
9.1.4	Matlab;
9.1.5	Maple;
9.1.6	Система дистанционного обучения Moodle.

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Не предусмотрено.
-------	-------------------

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционная аудитория, оборудованная мультимедийным проектором и интерактивной доской для демонстрации презентаций, компьютерный класс с установленным программным обеспечением (п.9.1), доступ к корпоративной сети и сети интернет.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.